

同步发电机突然短路暂态过程分析

同步发电机是电力系统中最重要和最复杂的元件，对同步发电机动态特性的研究历来是电力系统分析的重要环节之一。下面通过介绍同步发电机的基本方程、暂态过程分析的基本方法和数字仿真的计算机实现，来进行同步发电机暂态过程的数字仿真模拟。

同步发电机基本方程回顾

同步发电机的基本方程-Park变化和等值电路的简单回顾。先从Park变化方程入手，来分析同步发电机的机端短路暂态过程，为讨论问题方便和聚焦于短路暂态过程分析，做以下假设：

- 发电机转速保持恒定；
- 励磁绕组电压 u_F 保持恒定。

考虑发电机六个绕组：定子的 d 、 q 绕组，转子 d 轴的 F 绕组（励磁绕组）和 D 绕组（阻尼绕组）、转子 q 轴的 H 、 Q 绕组（阻尼绕组）。同步发电机的基本方程(暂不考虑零序分量)为

$$\mathbf{u} = p\boldsymbol{\psi} + \omega\boldsymbol{\psi} + \mathbf{r}\mathbf{i} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{x}\mathbf{i} \quad (2)$$

式（1）是六个电压方程(微分方程)，其中 p 是微分符号。式（2）是六个磁链方程(代数方程)。其中：

电压矢量 $\mathbf{u}$ ：

$$\mathbf{u} = [u_d \quad u_q \quad u_F \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

磁链矢量 $\boldsymbol{\psi}$ ：

$$\boldsymbol{\psi} = [\psi_d \quad \psi_q \quad \psi_F \quad \psi_D \quad \psi_H \quad \psi_Q]^T$$

电流矢量 $\mathbf{i}$ ：

$$\mathbf{i} = [i_d \quad i_q \quad i_F \quad i_D \quad i_H \quad i_Q]^T$$

电阻矩阵 $\mathbf{r}$ 、电抗矩阵 $\mathbf{x}$ 和矩阵 $\boldsymbol{\omega}$ ：

$$\mathbf{r} = \text{diag} [-r \quad -r \quad r_F \quad r_D \quad r_H \quad r_Q]$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -x_d & 0 & x_{ad} & x_{ad} & 0 & 0 \\ 0 & -x_q & 0 & 0 & x_{aq} & x_{aq} \\ -x_{ad} & 0 & x_F & x_{FD} & 0 & 0 \\ -x_{ad} & 0 & x_{FD} & x_D & 0 & 0 \\ 0 & -x_{aq} & 0 & 0 & x_H & x_{aq} \\ 0 & -x_{aq} & 0 & 0 & x_{aq} & x_Q \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & & \mathbf{O} & & & \end{bmatrix}$$

为了计算过程尽量简洁，可将磁链方程代入电压方程，消去磁链变量，可得电压方程：

$$\mathbf{u} = \mathbf{x}p\mathbf{i} + (\boldsymbol{\omega}\mathbf{x} + \mathbf{r})\mathbf{i} = \mathbf{x}p\mathbf{i} + \mathbf{y}\mathbf{i} \quad (3)$$

其中

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\omega}\mathbf{x} + \mathbf{r} = \begin{bmatrix} -r & \omega x_q & 0 & 0 & -\omega x_{aq} & -\omega x_{aq} \\ -\omega x_d & -r & \omega x_{ad} & \omega x_{ad} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_F & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_H & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_Q \end{bmatrix}$$

同步发电机差分化方程

下面对式(3)进行差分化。按如下三点规则：

- 带有微分算子(p)的向量 $\mathbf{f}$ 以 $\frac{1}{\Delta t} [\mathbf{f}(t) - \mathbf{f}(t - \Delta t)]$ 代入；
- 不带微分算子(p)的向量 $\mathbf{f}$ 以 $\frac{1}{2} [\mathbf{f}(t) + \mathbf{f}(t - \Delta t)]$ 代入；
- 常系数矩阵或常数向量保持不变。

差分化后方程变为：

$$\frac{1}{2} [\mathbf{u}(t) + \mathbf{u}(t - \Delta t)] = \mathbf{x} \frac{\mathbf{i}(t) - \mathbf{i}(t - \Delta t)}{\Delta t} + \frac{\mathbf{y}}{2} [\mathbf{i}(t) + \mathbf{i}(t - \Delta t)]$$

整理后，有

$$\mathbf{C}\mathbf{i}(t) = d\mathbf{u}(t) + d\mathbf{u}(t - \Delta t) + \mathbf{E}\mathbf{i}(t - \Delta t) \quad (4)$$

其中 $\mathbf{C} = \mathbf{x} + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{y}$, $d = \frac{\Delta t}{2}$, $\mathbf{E} = \mathbf{x} - \frac{\Delta t}{2}\mathbf{y}$ 。 (这里 Δt 均为仿真步长的标么值)

同步发电机突然三相短路

同步发电机三相短路过程的数字仿真，除了根据式(4)进行数字仿真,还需要其他若干必要步骤：

1. 初始化：本节讨论同步发电机空载短路，因此短路发生前（ $t = 0$ ），除了下列值之外，其余各电压、电流的初值均为0：

$$\begin{cases} u_{q|0|} = U \\ i_{F|0|} = \frac{u_{q|0|}}{x_{ad}} \\ u_{F|0|} = r_F i_{F|0|} \end{cases} \quad (5)$$

其中 U 为机端电压初始值。

2. 每一步更新电流向量后，经坐标变换得出 abc 坐标下的电流值。

$$\begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中假设发电机转速保持恒定，计算发电机转子 d 轴领先于定子 a 轴的角度 $\theta = \theta_0 + \omega t$ （此处 ω 为标么值时， t 同样需取标么值）。

同步发电机参数表格

x_d	x_{ad}	x_F	x_D	x_{FD}	r_F	r_D
d 轴电抗	ad 互感	F 绕组电抗	D 绕组电抗	FD 互感	F 绕组电阻	D 绕组电阻
x_q	x_{aq}	x_H	x_Q	r_H	r_Q	r
q 轴电抗	aq 互感	H 绕组电抗	Q 绕组电抗	H 绕组电阻	Q 绕组电阻	定子绕组电阻

同步发电机三相短路过程的数字仿真的具体步骤如下：

1. 读入发电机参数 $x_d, x_{ad}, x_{aq}, x_{FD}, x_F, x_D, x_H, x_Q, r, r_F, r_D, r_H, r_Q$, 给定短路前机端电压的初值 U , 仿真步长 Δt , 最大仿真时间 T_{max} , 转子 d 轴相对于定子 a 轴的初始相位角 θ_0 。
2. 在 $t = 0$ 时刻，根据式(5)初始化电压向量 $\mathbf{u}(t)$ 和电流向量 $\mathbf{i}(t)$ 。

电压向量初始值：

$$\mathbf{u}_{|0|} = \begin{bmatrix} 0 & u_{q|0|} & u_{F|0|} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

电流向量初始值：

$$\mathbf{i}_{|0|} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & i_{F|0|} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

同时计算式 (4) 中相应参数矩阵 $\mathbf{C}, \mathbf{E}$ 。

3. 仿真主循环：设定 $t = t + \Delta t$ ，由上步 $\mathbf{u}(t)$ ， $\mathbf{i}(t)$ 更新历史电压向量 $\mathbf{u}(t - \Delta t)$ 和历史电压向量 $\mathbf{i}(t - \Delta t)$ 。此时三相短路已经发生，端口电压 u_d, u_q 为 0，加上假设条件励磁绕组电压 $u_F = u_{F|0|}$ 保持不变，可以推出电压向量 $\mathbf{u}(t)$ 恒为

$$\mathbf{u}(t) = [0 \quad 0 \quad u_{F|0|} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

4. 通过求解方程 (4)，来更新电流向量 $\mathbf{i}(t)$ 如下：

$$\mathbf{i}(t) = \mathbf{C}^{-1} d\mathbf{u}(t) + \mathbf{C}^{-1} d\mathbf{u}(t - \Delta t) + \mathbf{C}^{-1} \mathbf{E} \mathbf{i}(t - \Delta t)$$

5. 通过式 (6) Park 反变换，计算 abc 坐标系下的三相短路电流值；

6. $t + \Delta t \rightarrow t$ ，重复进行步骤 3 至 5，直至 $t \geq T_{max}$ 。

算例:同步发电机空载短路的暂态过程

下表给出了一台 300MW 汽轮发电机的等值电路参数，均已折算为标么值(p.u.)。假定初始条件为发电机空载时机端电压 $U = 1.0pu, \theta_0 = 0$ ，取仿真步长 $\Delta t = 0.0005s$ ，仿真时间 $T_{max} = 2.0s$ ，计算机端突然发生三相短路后的三相电流和励磁电流。

x_d	x_{ad}	x_F	x_D	x_{FD}	r_F	r_D
1.75581	1.56711	1.73883	1.63555	1.61805	0.00113	0.00929
x_q	x_{aq}	x_H	x_Q	r_H	r_Q	r
1.75581	1.56711	2.22911	1.64064	0.01862	0.01788	0.004

下附 $\mathbf{C}, \mathbf{E}$ ，供查验。

$$\mathbf{C} = \mathbf{x} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{y} = \begin{bmatrix} -1.7561 & 0.1379 & 1.5671 & 1.5671 & -0.1231 & -0.1231 \\ -0.1379 & -1.7561 & 0.1231 & 0.1231 & 1.5671 & 1.5671 \\ -1.5671 & 0 & 1.7389 & 1.6181 & 0 & 0 \\ -1.5671 & 0 & 1.6181 & 1.6363 & 0 & 0 \\ 0 & -1.5671 & 0 & 0 & 2.2306 & 1.5671 \\ 0 & -1.5671 & 0 & 0 & 1.5671 & 1.6420 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{x} - \frac{\Delta t}{2} \boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} -1.7555 & -0.1379 & 1.5671 & 1.5671 & 0.1231 & 0.1231 \\ 0.1379 & -1.7555 & -0.1231 & -0.1231 & 1.5671 & 1.5671 \\ -1.5671 & 0 & 1.7387 & 1.6181 & 0 & 0 \\ -1.5671 & 0 & 1.6181 & 1.6348 & 0 & 0 \\ 0 & -1.5671 & 0 & 0 & 2.2276 & 1.5671 \\ 0 & -1.5671 & 0 & 0 & 1.5671 & 1.6392 \end{bmatrix}$$