

随堂练习：同步机非空载并网短路

1. 实验要求

- (1) 基于上次随堂练习程序进行修改，参照实验原理，自行编程增加同步机转子运动方程模型及非空载初始化程序（修改 init_SG.m、update_SG1.m、update_SG2.m）。
- (2) 完成同步机非空载并网短路仿真，包括两种情形：a) 空载初始化，仿真过程中发生机械转矩 T_m 阶跃；b) 非空载初始化，仿真过程中发生短路故障，观察并分析系统的暂态稳定性。

2. 算例系统

实验系统如下图1所示：

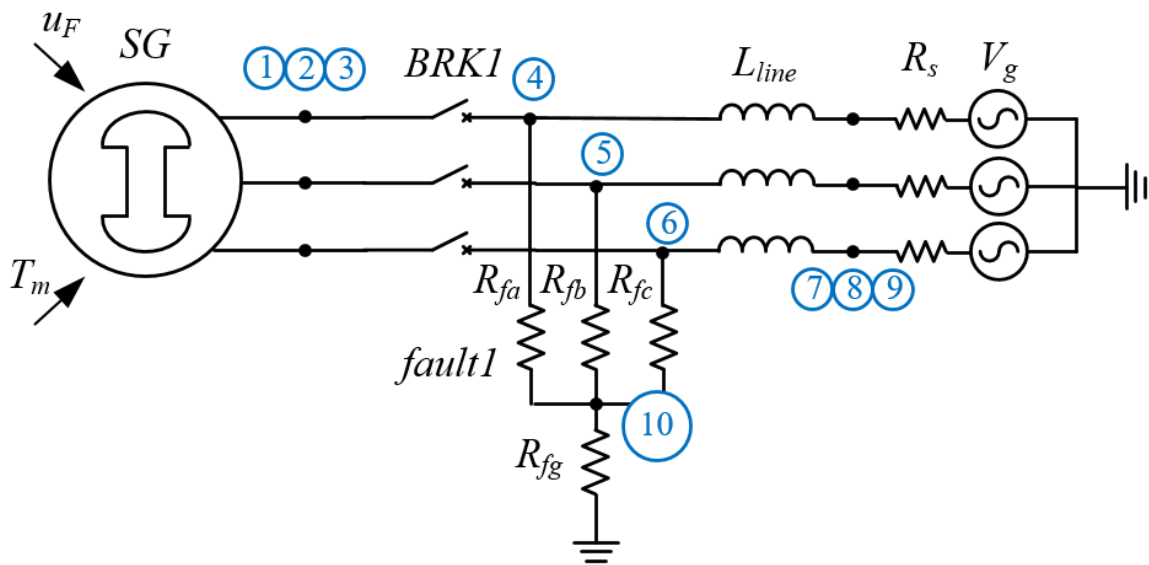


图1 系统拓扑

图1系统中，同步发电机（SG）经线路（ L_{line} ）与电网相连，同步电机端口处设有断路器（BRK1）。相关参数给出如下：

- (1) 电源参数：线电压有效值 $V_g = 13.8kV$ ，内阻 $R_s = 0.001\Omega$ ，初始相位（A相）为 $\alpha_0 = 0$ ，频率 $f = 50Hz$ ；
- (2) 线路参数：线路电感 $L_{line} = 1mH$ ，需**并联缓冲大电阻** $R_{snubber} = 1e3\Omega$ ；
- (3) 断路器参数： $R_{on} = 0.001\Omega$, $R_{off} = 1e9\Omega$ ，**初始闭合**；
- (4) 故障参数：限定 $fault1$ 为三相接地短路故障： $R_{fa} = R_{fb} = R_{fc} = R_{fg} = 0.001\Omega$ ， $R_{off} = 1e6\Omega$ ，**初始无故障**；
- (5) 同步机参数：额定容量 $S_n = 100MVA$ ，额定电压 $U_n = 13.8kV$ ，额定频率 $f_n = 50Hz$ ，给出相关电机参数如下（均为标么值，以相电压、相电流幅值为定子侧电压、电流基准值）

x_d	x_{ad}	x_F	x_D	x_{FD}	r_F	r_D	x_0
-------	----------	-------	-------	----------	-------	-------	-------

x_d	x_{ad}	x_F	x_D	x_{FD}	r_F	r_D	x_0
1.75581	1.56711	1.73883	1.63555	1.61805	0.00113	0.00929	1.75581
x_q	x_{aq}	x_H	x_Q	r_H	r_Q	r	T_j
1.75581	1.56711	2.22911	1.64064	0.01862	0.01788	0.004	$2*100\pi$

给定同步机初值 $U_0 = 1, \theta_0 = -\frac{\pi}{2}, \omega_0 = 1$ 。励磁电压 u_F 、机械转矩 T_m 由初始化计算，不额外修改设置情况下在仿真中均保持恒定。

(6) 仿真设置：默认仿真时间10s，仿真步长 500e-6 s。

3. 实验原理

(1) 转子运动方程模型

同步机的转子运动方程如下（忽略阻尼）：

$$\begin{aligned} T_j \frac{d\omega}{dt} &= T_m - T_e \\ \frac{d\delta}{dt} &= \omega - 1 \end{aligned} \quad (1)$$

其中， T_j 为同步机惯性时间常数， ω, δ, T_m, T_e 分别为同步机转速、功角、机械转矩和电磁转矩。

直接采用梯形法进行差分，可得

$$\omega(t) = \omega(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2T_j} (T_m(t) + T_m(t - \Delta t) - T_e(t) - T_e(t - \Delta t)) \quad (2)$$

$$\delta(t) = \delta(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} (\omega(t) + \omega(t - \Delta t)) - \Delta t \quad (3)$$

其中 Δt 均为标么值。

(2) 同步机初始化

第一种情况：空载初始化。设定各量初值如下（其中， U_0, θ_0, ω_0 为给定参数， T_2 为帕克变换逆矩阵）：

$$\begin{aligned} u_{d|0|} &= 0, u_{q|0|} = U_0, u_{0|0|} = 0, \theta_{|0|} = \theta_0 \\ \mathbf{u}_{abc|0|} &= \mathbf{T}_2(\theta_{|0|}) \begin{bmatrix} u_{d|0|} \\ u_{q|0|} \\ u_{0|0|} \end{bmatrix}, i_{F|0|} = \frac{U_0}{x_{ad}}, u_F = r_F * i_{F|0|} \\ \mathbf{i}'_{|0|} &= [0 \quad 0 \quad 0 \quad i_{F|0|} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\ T_{e|0|} &= 0, T_{m|0|} = 0, \omega_{|0|} = \omega_0, \delta_{|0|} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

第二种情况：非空载初始化。仿真从并网后的某个稳态时刻（已知同步机输出有功和无功）直接开始的初始化，此时需结合潮流分析计算 $xy0$ 坐标系下同步机端口电压、电流，潮流计算中假定机端节点为PQ节点指定输出功率，另外无穷大电源节点为平衡节点，即电压为 $\dot{V}_g = 1\angle 0^\circ$ 。在计算得到 $xy0$ 坐标系下同步机端口电压、电流（记为 $\dot{U} = U_x + jU_y, \dot{I} = I_x + jI_y$ ）后，按如下进行初始化：

$$\begin{aligned}
 \delta_{|0|} &= \tan^{-1} \frac{U_y + rI_y + x_q I_x}{U_x + rI_x - x_q I_y}, \theta_{|0|} = \delta_{|0|} - \frac{\pi}{2}, u_{0|0|} = 0, i_{0|0|} = 0 \\
 u_{d|0|} &= \sqrt{U_x^2 + U_y^2} \sin(\delta_{|0|} - \tan^{-1} \frac{U_y}{U_x}), u_{q|0|} = \sqrt{U_x^2 + U_y^2} \cos(\delta_{|0|} - \tan^{-1} \frac{U_y}{U_x}) \\
 i_{d|0|} &= \sqrt{I_x^2 + I_y^2} \sin(\delta_{|0|} - \tan^{-1} \frac{I_y}{I_x}), i_{q|0|} = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} \cos(\delta_{|0|} - \tan^{-1} \frac{I_y}{I_x}) \\
 \mathbf{u}_{abc|0|} &= \mathbf{T}_2(\theta_{|0|}) \begin{bmatrix} u_{d|0|} \\ u_{q|0|} \\ u_{0|0|} \end{bmatrix}, \mathbf{i}_{abc|0|} = \mathbf{T}_2(\theta_{|0|}) \begin{bmatrix} i_{d|0|} \\ i_{q|0|} \\ i_{0|0|} \end{bmatrix} \\
 E_{q|0|} &= u_{q|0|} + x_d i_{d|0|} + r i_{q|0|}, i_{F|0|} = \frac{E_{q|0|}}{x_{ad}}, u_F = r_F * i_{F|0|} \\
 \mathbf{i}'_{|0|} &= [\mathbf{i}_{abc|0|}^T \quad i_{F|0|} \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \\
 T_{e|0|} &= (x_q - x_d) i_{d|0|} i_{q|0|} + x_{ad} i_{q|0|} i_{F|0|}, T_{m|0|} = T_{e|0|}, \omega_{|0|} = \omega_0
 \end{aligned} \tag{5}$$

(3) 同步机并网短路暂态稳定分析

将系统电路简化为下图2形式，方便开展相应暂态稳定分析计算。

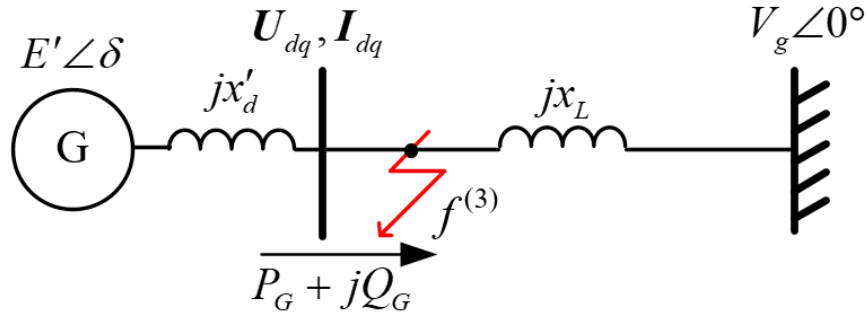


图2 系统等值电路

图2中，同步机用暂态电势 $\dot{E}' = E' \angle \delta$ 和直轴暂态电抗 x'_d 来等效，经线路电抗 x_L 与网侧电源相连。初始时刻，系统稳态运行，网侧电源始终为 $\dot{V}_g = V_g \angle 0^\circ$ ，同步机输出功率为 P_G, Q_G 。现假设某时刻，线路首端发生三相接地短路故障，经一定时间后故障消除，系统恢复运行。那么，整个过程可分为故障前（第I阶段）、故障期间（第II阶段）以及故障后（第III阶段）这三个阶段。可给出三阶段的同步机功角特性示意图如下图3所示。

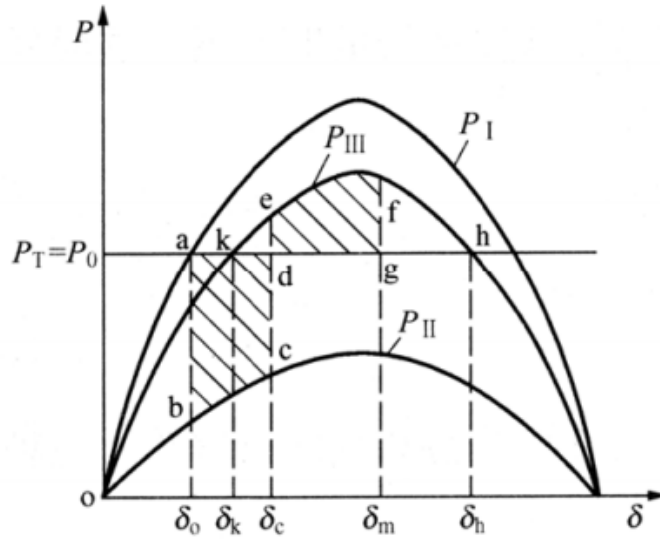


图3 三阶段同步机功角特性示意图

图中 P_T 、 P_I 、 P_{II} 、 P_{III} 分别为系统机械功率（等同于稳态时同步机输出有功 P_G ）和三个阶段中电机的输出电磁功率曲线， δ_0 是故障前功角。这里假设暂态过程中 E' 保持恒定，基于同步机参数、 dq 坐标系下机端电压电流可计算为

$$\begin{aligned} x'_d &= x_d - \frac{x_{ad}^2}{x_F}, x'_q = x_q - \frac{x_{aq}^2}{x_H} \\ E'_d &= U_d + rI_d - x'_q I_q, E'_q = U_q + rI_q + x'_d I_d, E' = \sqrt{E_d'^2 + E_q'^2} \end{aligned} \quad (6)$$

进而可将上述三阶段的功率曲线描述为（其中 $V_g = 1$ ）

$$x_I = x'_d + x_L, P_I = \frac{E'V_g}{x_I} \sin\delta \triangleq P_I^{\max} \sin\delta, P_T = P_I^{\max} \sin\delta_0 \quad (7)$$

$$x_{II} = x'_d, P_{II} = 0, P_{II}^{\max} = 0 \quad (8)$$

$$x_{III} = x'_d + x_L, P_{III} = \frac{E'V_g}{x_{III}} \sin\delta \triangleq P_{III}^{\max} \sin\delta, P_T = P_{III}^{\max} \sin\delta_h \quad (9)$$

故障发生后，电机输出电磁功率由 a 点减小到 b 点，造成机械功率过剩，电机功角将逐渐增大（加速度为正）；若 δ_c 时切除故障，电机输出电磁功率由 c 点增大到 e 点，功角仍增加（但加速度为负），若到 δ_h 处功角仍在增加，则系统将失稳。一般而言，越早切除故障，越有利于系统恢复稳定。此时，存在一个极限切除角 δ_{cm} ，若晚于它切除故障将导致系统失稳。考虑采用等面积法来求取极限切除角 δ_{cm} ，当取 $\delta_c = \delta_{cm}$ ，此时满足刚好在 δ_h 处转速不再增加，且有加速面积等于减速面积，也即

$$\int_{\delta_0}^{\delta_{cm}} (P_T - P_{II}) d\delta = \int_{\delta_{cm}}^{\delta_h} (P_{III} - P_T) d\delta \quad (10)$$

进而可求得

$$\begin{aligned}\delta_0 &= \sin^{-1} \frac{P_T}{P_I^{\max}}, \delta_h = \pi - \sin^{-1} \frac{P_T}{P_{III}^{\max}} \\ \delta_{cm} &= \cos^{-1} \frac{P_T(\delta_h - \delta_0) + P_{III}^{\max} \cos \delta_h - P_{II}^{\max} \cos \delta_0}{P_{III}^{\max} - P_{II}^{\max}}\end{aligned}\quad (11)$$

需要说明的是，这里的几个 δ 实际上是 $\dot{E}'$ 与网侧电源相量 $\dot{V}_g$ 的夹角，与前面转子运动方程中功角的定义不同，所以这里计算得到的 δ_0 与式 (5) 非空载初始化计算得到的 $\delta_{|0|}$ 不一致。

在求得极限切除角 δ_{cm} 的基础上，可进一步计算极限（故障）切除时间间隔 Δt_{cm} 。本次实验中，实际故障期间没有功率输出（ $P_{II} = 0$ ），观察式 (1) 转子运动方程，可见转速 ω 的加速转矩恒定，那么功角的变化可近似为匀加速过程，从而可求解相应的极限（故障）切除时间间隔为

$$\frac{1}{2} a \Delta t_{cm}^2 = \delta_{cm} - \delta_0, \quad a = \frac{P_T}{T_j}, \quad \Delta t_{cm} = \sqrt{\frac{2T_j(\delta_{cm} - \delta_0)}{P_T}} \quad (12)$$

注意，这里计算得到的值为标么的时间，需再转换为有名值的时间间隔。

(4) 程序算法流程

包含同步机新增内容的程序具体流程如下：

1) 输入数据 (data.m)，输入系统参数。为配合同步机标么值模型，整个程序框架改为标么体系，需对有名值参数进行标么化，包括网络元件、电源、断路器等模块的电压、阻抗参数（**注意加入了缓冲电阻**）；

```
% Grid branch data
% node1 | node2 | type(1-R,2-L,3-C) | value
gBranch.mbranch=[
4      7      2      1e-3
5      8      2      1e-3
6      9      2      1e-3
4      7      1      1e3
5      8      1      1e3
6      9      1      1e3];
gBranch.mbranch(1:3,4)=gBranch.mbranch(1:3,4)*wn/Zn;
gBranch.mbranch(4:6,4)=gBranch.mbranch(4:6,4)/Zn;
```

2) 初始化计算 (loadcase.m, ybus.m, init_SG.m)，载入系统参数，计算初始网络导纳矩阵（不含同步机，注意用标么化后的步长），指定相应参量初值。同步机初始化部分 (init_SG.m)，根据实验设置，按式 (4) 或式 (5) 初始化。这里给出根据同步机输出功率 P_G, Q_G 计算 $xy0$ 坐标系下同步机端口电压、电流的脚本（采用matlab 符号运算直接求解二元潮流方程）。

```

% 由同步机端口输出功率计算端口电压、电流
% 同步机经电抗 x 与大电网 Vg 相连
syms Ux Uy
x=0.164965;Vg=1;
P=PG;Q=QG;

U=Ux+1i*Uy;
I=(U-Vg)/(1i*x);
S=U*conj(I);

result=vpasolve(real(S)==P,imag(S)==Q,[Ux,Uy],[1,0]); %符号运算

Ux0=double(result.Ux);Uy0=double(result.Uy);
Ix0=real(eval(subs(I,[Ux,Uy],[Ux0,Uy0])));Iy0=imag(eval(subs(I,[Ux,Uy],[Ux0,Uy0])));
disp('根据功率计算端电压、电流 (p.u.) : Ux Uy Ix Iy');
disp([Ux0,Uy0,Ix0,Iy0]);

```

- 3) 进入主循环 (empt_main.m) , 计算网络部分 $\mathbf{I}_h, \mathbf{I}_{inj}$, 相应地方改用标么化后的步长参与计算;
- 4) 同步机计算 (一) (update_SG1.m) , 考虑到同步机转速 ω 不恒定, 需更新计算 $\mathbf{A}_G, \mathbf{B}_G$, 并结合机-网接口模型, 计算 $\mathbf{A}_{Gabc}, \mathbf{i}_{hGabc}, \mathbf{A}_{Grest}, \mathbf{i}_{hGrest}$, 再基于 $\mathbf{A}_{Gabc}, \mathbf{i}_{hGabc}$ 修改网络节点导纳矩阵及网络节点注入电流 $\mathbf{I}_{inj}$;
- 5) 返回主循环 (empt_main.m) , 计算 $\mathbf{V}_n, \mathbf{I}_b$;
- 6) 同步机计算 (二) (update_SG2.m) , 需针对SG模块进行更新计算, 也包括根据故障 (update_fault.m) 、断路器 (update_BRK.m) 动作修改网络导纳矩阵。这里仅说明同步机模块 (update_SG2.m) , 基于网络求解得到的 $\mathbf{V}_n$, 获取同步机端口节点电压 $\mathbf{u}_{abc}(t)$, 再按同步机离散方程计算更新当前步 $\mathbf{i}_{abc}(t)$, $\mathbf{i}_{rest}(t)$, 合并后更新同步机电流 $\mathbf{i}'(t)$ 。

这里还需更新同步机的转子动态。先更新电磁转矩 T_e 如下:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{T}_{ex3} &= \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{4 \times 4} \end{bmatrix}_{7 \times 7}, \mathbf{i} = \mathbf{T}_{ex3} \mathbf{i}'(t), i_d = \mathbf{i}(1), i_q = \mathbf{i}(2) \\
 \psi_{dq} &= \mathbf{x}(1:2, :) \cdot \mathbf{i}, T_e = [i_q \quad -i_d] \cdot \psi_{dq}
 \end{aligned} \tag{13}$$

其中 $\mathbf{T}_{ex3}$ 仍采用预估值 $\hat{\theta}(t)$ 。根据实验要求, 机械转矩 $T_m = T_{m|0|}$ 不变或由修改设置决定, 进而可按上式 (2) - (3) 计算更新同步机转速 ω 、功角 δ 。另外, 还需根据当前转速更新 θ 如下:

$$\theta(t) = \theta(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} (\omega(t) + \omega(t - \Delta t)) \tag{14}$$

- 7) 进行相应数据保存、记录;
- 8) 若仿真结束, 输出结果; 否则, 回到第3) 步, 进入下一循环, 循环往复, 直到仿真结束。

4. 实验内容

开展同步机非空载并网短路仿真。程序默认仿真开始时断路器初始闭合、无故障发生。则有

```
gFault.ctrl_fault=0; %0-no fault,1-add fault (故障控制信号, 初始为0)
Tfon=2*gSim.Tmax; %故障发生时间
Tfoff=2*gSim.Tmax; %故障清除时间

gBRK.ctrl_BRK1=1; %1-closed 0-open (断路器初始控制信号)
Ton_BRK1=2*gSim.Tmax; %BRK1 闭合时间
Toff_BRK1=2*gSim.Tmax; %BRK1 断开时间
```

实际工程中，靠继电保护动作控制断路器切除含故障线路来清除故障，本次实验中通过故障模块的投入与切出来模拟线路发生故障与切除故障，后面可视实验需要修改Tfon、Tfoff。完成下述实验内容：

(1) 同步机按 $U_0 = 1, \theta_0 = -\frac{\pi}{2}, \omega_0 = 1$ 空载初始化开始仿真，此时机械转矩为 $T_m = 0$ 。设置如下两次机械转矩阶跃变化：1) $t = 2s, T_m \rightarrow 0.2$; 2) $t = 6s, T_m \rightarrow 0.5$ 。记录同步机机端三相电压、三相电流、转速、功角、转矩（机械转矩和电磁转矩画在一张图里）波形。

注意到 $T_m = 0.5$ 后，仿真结束时电压波形还未稳定，那么将仿真时间设为60s，重复上述仿真（不需要提供波形），仿真结束后，按下式计算同步机输出功率，用于后面非空载初始化与理论计算。

$$P = \frac{2}{3}(u_a * i_a + u_b * i_b + u_c * i_c)$$
$$Q = \frac{2}{3\sqrt{3}}[(u_a - u_b) * i_c + (u_b - u_c) * i_a + (u_c - u_a) * i_b]$$

同时记录如下同步机数据，以供对照（其中 U_d, U_q, I_d, I_q 需经帕克变换得到）。

仿真数据	U_d	U_q	I_d	I_q	δ	i_F	u_F	T_e
数值 (p.u.)								

(2) 按上问得到的同步机输出功率完成同步机非空载初始化，可得到如下初值，与前面仿真得到的数据进行对比分析。

初始化数据	U_{d0}	U_{q0}	I_{d0}	I_{q0}	δ_0	i_{F0}	u_{F0}	T_{e0}
数值 (p.u.)								

按上述非空载初始化结果开始仿真10s，设置 $t = 4s$ 时投入 *fault1* 发生三相接地短路故障，分别考虑如下情形：1) 故障始终不消除；2) 分别在 $t = 4.1s$ 、 $4.3s$ 清除故障，记录同步机机端三相电压、三相电流、转速、功角、转矩（机械转矩和电磁转矩画在一张图里）波形，并分析结果。

(3) 在上问基础上多次尝试（类似二分法），确定能维持系统稳定的极限（故障）切除时间间隔范围（精确到0.01s），并与参照实验原理计算得到的 Δt_{cm} 理论值进行对比，分析结果。